

## **PARAMETRIZACIONES DE LA CURVA DE SHIELDS PARA APLICACIONES EN PROBLEMAS DE INGENIERÍA FLUVIAL**

*Basile, P.A.*<sup>(1),(2)</sup>; *Riccardi, G.*<sup>(1),(2),(3)</sup>; *García, M.*<sup>(1),(2)</sup>

<sup>(1)</sup> Departamento de Hidráulica - Escuela de Ingeniería Civil (FCEIA - UNR)

<sup>(2)</sup> Centro Universitario Rosario de Investigaciones Hidroambientales (FCEIA - UNR)

<sup>(3)</sup> Consejo de Investigaciones de la Universidad Nacional de Rosario.

Riobamba 245 bis. (2000) Rosario. Argentina

E-mail: pbasile@fceia.unr.edu.ar

### **Introducción**

La condición de flujo en el instante que se produce el “movimiento incipiente” del sedimento del lecho recibe el nombre de condición hidrodinámica crítica, la cual puede representarse generalmente a través de un valor crítico de la tensión de corte sobre el fondo. Para determinarla se han desarrollado diversas relaciones funcionales, que vinculan la tensión de corte crítica con características del material sedimentario que constituye el cauce. El conocimiento de dichas relaciones son de utilidad práctica para: i) el diseño de canales estables, ii) el dimensionamiento de protecciones del lecho y/o de márgenes de ríos, iii) la evaluación del exceso de tensión de corte en ecuaciones de transporte, iv) la evolución del proceso erosivo en brechas en presas de materiales sueltos, vi) la evacuación hidráulica de sedimentos depositados en embalses, etc. Todas estas relaciones funcionales y sus correspondientes aplicaciones, sin embargo, dependen del abordaje utilizado para definir justamente la condición de “movimiento incipiente”. En este trabajo se realizó la recopilación de una importante cantidad de datos experimentales, que incluyen los distintos criterios utilizados para definir el movimiento incipiente de sedimentos incoherentes. A partir de los mismos se desarrollaron dos expresiones parametrizadas para la tensión de corte adimensional crítica en función del diámetro adimensional. Una de ellas es de utilidad práctica para el diseño en ingeniería fluvial (protecciones de lecho y/o márgenes) y otra utilizable en las ecuaciones de transporte basadas en el exceso de tensión de corte o eventualmente en aquellas que utilizan una tensión de corte de referencia.

### **Criterios utilizados para definir el movimiento incipiente**

Los cuatro criterios utilizados para definir la condición de movimiento incipiente de sedimentos incoherentes son: i) referencial, ii) visual, iii) competente y iv) teórico. Los valores de tensión de corte crítica determinados con el criterio referencial se obtienen extrapolando mediciones simultáneas de transporte de fondo y de tensión de corte, a un transporte de referencia igual a cero o suficientemente bajo (Shields, 1936; Parker y Klingeman, 1982; Parker, 1990; Bridge y Dominic, 1993). Los valores determinados a partir de este enfoque son sensibles al método utilizado para realizar la extrapolación (Parker y Klingeman, 1982; Diplas, 1987; Ashworth y Ferguson, 1989; Ashworth et al., 1992) y al valor particular de transporte de referencia adoptado (Wilcock, 1988).

Con respecto al criterio visual, Kramer (1935) propuso cuatro niveles para definir el movimiento incipiente a partir de la observación visual: i) *Ninguno*: todas las partículas permanecen en el lecho en su posición original, ii) *Débil*: varias partículas pequeñas, que pueden ser contabilizadas, se encuentran en movimiento en lugares aislados, iii) *Mediano*: partículas de diámetro medio están en movimiento en un número demasiado grande como para ser contabilizadas, el movimiento ya no es de carácter local, aunque no es lo suficientemente fuerte como para afectar la configuración del lecho y producir el transporte de una cantidad apreciable de material y iv) *General*: todas las partículas de sedimento están en movimiento, el mismo es lo suficientemente fuerte como para cambiar la configuración del lecho y producir el transporte de una cantidad apreciable de material.

El criterio competente se refiere a la utilización de funciones de competencia que relacionan la tensión de corte con el tamaño más grande de sedimento presente en el lecho, a partir de las cuales se puede establecer la tensión de corte crítica para un tamaño determinado (Andrews, 1983; Carling, 1983; Komar, 1987). Las funciones de competencia son sensibles al tamaño máximo de las partículas, a la eficiencia de las trampas de sedimentos utilizadas para medir el transporte, al tamaño de la muestra, a la estrategia de muestreo, a la disponibilidad de tamaños de grano grueso y a la técnica de ajuste de las curvas de tensiones de corte versus diámetros (Wilcock, 1992; Wathen et al., 1995). El cuarto criterio consiste en el cálculo teórico de la tensión de corte crítica. En este criterio se utilizan conceptos de equilibrio de fuerzas para predecir los umbrales correspondientes al movimiento incipiente (White, 1940; Wiberg y Smith, 1987; Jiang y Haff, 1993). Este abordaje es sensible a los valores que se asignan a las distintas variables intervinientes en el proceso, como por ejemplo, la forma de las partículas, el empaquetamiento, la imbricación, etc.

### **Tensión de corte adimensional crítica**

La tensión de corte adimensional crítica sobre el fondo ( $\tau_{*c}$ ) es función del número de Reynolds crítico de la partícula, asociado a la velocidad de corte ( $Re_{*p}$ ) y se expresa como:

$$\tau_{*c} = \frac{\tau_{bc}}{(\rho_s - \rho)gd} = f\left(\frac{u_{*c}d}{\nu}\right) \quad (1)$$

donde  $\tau_{bc} = \rho u_{*c}^2$  es la tensión de corte crítica,  $\rho_s$  es la densidad del sedimento,  $\rho$  es la densidad del agua,  $g$  la aceleración de la gravedad,  $d$  el diámetro,  $u_{*c}$  es la velocidad de corte crítica y  $\nu$  la viscosidad cinemática. Mediante análisis dimensional, Shields (1936) fue el primero en arribar a la expresión (1) y, experimentalmente logró corroborar la validez de la misma para una vasta gama de partículas angulares de barita, granito, ámbar y carbón.

Posteriormente a Shields (1936), se han realizado numerosas contribuciones, consistentes en la adición de nuevos datos, revisiones y propuestas de modificaciones. Se realizó una recopilación exhaustiva de datos experimentales obtenidos por diversos autores. El total de datos experimentales recopilados asciende a 250, discriminados en: 60 (referencial), 181

(visual) y 9 (competente). Para ser consistentes con los datos de Shields, los mismos han sido seleccionados considerando: i) flujo turbulento, ii) sumergencia relativa  $h/d > 5$ , iii) sedimentos cuasi-uniformes,  $\sigma_I < 0.5$  (Folk y Ward, 1957) y iv) pendientes bajas ( $S_b < 1\%$ ). Los datos recopilados se resumen en las Tablas 1, 2 y 3.

**Tabla 1.** Resumen de datos seleccionados para el criterio *referencial* de movimiento incipiente.

Autor	N° de datos	Rango de valores			
		$\tau_{*c}$ (-)	$Re_{*p}$ (-)	d (mm)	$\rho_s$ (kg/m <sup>3</sup> )
Gilbert (1914)	2	0.051 - 0.059	227 - 489	4.94 - 7.01	2690
Casey (1935)	8	0.035 - 0.067	1.9 - 80	0.17 - 2.46	2650
Kramer (1935)	3	0.033 - 0.039	6.6 - 7.8	0.51 - 0.55	2700
USWES (1935)	6	0.035 - 0.051	2.2 - 7.8	0.21 - 0.52	2650
Shields (1936)	15	0.030 - 0.049	6.3 - 219	0.36 - 3.44	1060 - 4300
Guy et al. (1966)	1	0.040	2.1	0.19	2650
Williams (1970)	1	0.040	41	1.35	2650
Paintal (1971)	2	0.050 - 0.050	112 - 638	2.50 - 7.95	2650
Mizuyama (1977)	3	0.038 - 0.051	437 - 2841	6.40 - 22.5	2507 - 2656
Parker y Klingeman (1982)	1	0.035	6744	54.0	2850
Bathurst et al. (1987)	3	0.043 - 0.053	944 - 3231	11.5 - 22.2	2570 - 2650
Wilcock (1987)	2	0.023 - 0.037	12 - 332	0.67 - 5.28	2650
Asworth y Ferguson (1987)	2	0.054 - 0.072	7773 - 8463	50.0 - 57.5	2540 - 2600
Diplas (1987)	2	0.027 - 0.034	5923 - 6647	54.0	2850
Parker (1990)	1	0.034	6731	54.0	2850
Asworth et al. (1992)	1	0.061	2463	24.0	2650
Kuhnle (1992)	1	0.065	869	11.73	2650
Li y Komar (1992)	1	0.048	3.3	0.24	2650
Wilcock y McArdell (1993)	1	0.028	88	2.60	2610
Kuhnle (1993)	1	0.039	404	5.58	2650
Bridge y Dominic (1993)	3	0.040 - 0.052	4.2 - 286	0.30 - 4.94	2690

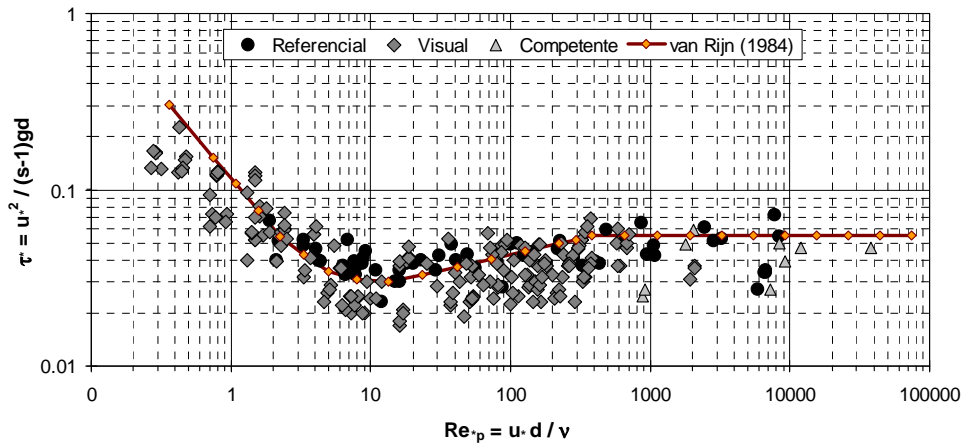
**Tabla 2.** Resumen de datos seleccionados para el criterio *visual* de movimiento incipiente.

Autor	N° de datos	Rango de valores			
		$\tau_{*c}$ (-)	$Re_{*p}$ (-)	d (mm)	$\rho_s$ (kg/m <sup>3</sup> )
Gilbert (1914)	13	0.032 - 0.069	52 - 587	1.71 - 7.01	2690
USWES (1935)	2	0.048 - 0.074	2.4 - 5.5	0.18 - 0.34	2650
Mavis et al. (1937)	16	0.022 - 0.037	37 - 235	1.40 - 4.30	2660
Ho (1939)	1	0.025	225	5.710	2660
Meyer-Peter y Müller (1948)	21	0.025 - 0.050	59 - 686	1.86 - 8.50	2680
Wolman y Brush (1961)	10	0.020 - 0.052	9.0 - 94	0.67 - 2.00	2650
Raudkivi (1963)	1	0.036	6	0.400	2600
Vanoni (1964)	4	0.097 - 0.226	0.43 - 1.50	0.037 - 0.102	2490 - 2650
Neill (1967)	20	0.023 - 0.056	221 - 2099	5.0 - 20.0	2490 - 2540
White (1970)	13	0.034 - 0.132	0.32 - 53	0.044 - 2.2	1050 - 2600
Everts (1973)	37	0.017 - 0.081	1.3 - 162	0.09 - 3.57	2650 - 4700
Mantz (1975)	15	0.062 - 0.165	0.27 - 0.81	0.03 - 0.076	2650 - 2740
Luque y Van Beek (1976)	5	0.038 - 0.047	16 - 127	0.9 - 3.3	1340 - 4580
Yalin y Karahan (1979)	6	0.03 - 0.113	1.5 - 25	0.1 - 1.0	2650
Ikeda (1982)	2	0.020 - 0.047	8.7 - 72	0.42 - 1.3	2650
Prager et al. (1996)	4	0.021 - 0.025	6.2 - 7.3	0.500	2500 - 2770
Pilotti y Menduni (2001)	11	0.022 - 0.047	18.6 - 168.2	0.8 - 3.0	2460 - 2570

**Tabla 3.** Resumen de datos seleccionados para el criterio *competente* de movimiento incipiente.

Autor	N° de datos	Rango de valores			
		$\tau_{*c}$ (-)	$Re_{*p}$ (-)	d (mm)	$\rho_s$ (kg/m <sup>3</sup> )
Andrews y Erman (1983)	1	0.050	8377	58.0	2650
Carling (1983)	1	0.027	911	15.5	2650
Hammond et al. (1984)	1	0.025	877	15.5	2650
Komar (1987)	1	0.027	7277	63.0	2850
Ferguson et al. (1989)	1	0.047	37880	73.0	2800
Komar y Carling (1991)	1	0.039	9182	62.0	2710
Ashworth et al. (1992)	1	0.049	1807	21.0	2650
Ferguson (1994)	1	0.047	11943	75.0	2650
Wethen et al. (1995)	1	0.059	2025	21.3	2650

En la Figura 1 se representan los pares de datos experimentales ( $Re_{*pc}, \tau_{*c}$ ) reportados en las Tablas 1, 2 y 3; conjuntamente con la curva parametrizada de Van Rijn (1984).



**Figura 1.** Valores de tensión de corte adimensional crítica en función de  $Re_{*pc}$  para los distintos criterios de movimiento incipiente y ecuación parametrizada de van Rijn (1984).

Los valores más bajos de  $\tau_{*c}$  determinados a partir del criterio competente (triángulos grises) pueden estar reflejando un sesgo asociado con el uso del grano móvil de tamaño más grande presente en la superficie del lecho. En efecto, los clastos superficiales de mayor tamaño del lecho pueden tener umbrales de movilidad más bajos, debido a la mayor protuberancia y a al ángulo de fricción intergranular más pequeño (Buffington et al., 1992).

### Diferencia entre $\tau_{*c}$ visual y referencial

La tensión de corte adimensional crítica determinada a partir del criterio visual,  $\tau_{*c}$ , es el valor de  $\tau_*$  para el cual comienza a producirse el arrastre de partículas (según los distintos niveles de Kramer). Si se observan partículas móviles:  $\tau_* > \tau_{*c}$  y si no hay partículas que se están moviendo:  $\tau_* < \tau_{*c}$ . Pero, la movilidad o no de las partículas de sedimento, plantea la cuestión de cuánto tiempo uno debe observar el lecho y que extensión de la superficie del lecho se debe observar. Cuando el flujo es turbulento, la tensión de corte sobre el fondo  $\tau_b$  es fluctuante en el tiempo, por lo tanto, las respuestas a estas preguntas no son fáciles de responder. Por otra parte, si el objetivo es predecir la tasa de transporte de sedimentos, la alternativa práctica es utilizar una tensión de corte crítica de referencia, que es el valor de  $\tau_b$  asociado con una muy pequeña tasa predeterminada de transporte. Por lo tanto, por definición, la tensión de corte de referencia (criterio referencial) se asocia con una pequeña cantidad de transporte, y consecuentemente debe ser ligeramente más grande que la tensión de corte crítica derivada con el criterio visual, en particular, si este último se corresponde con los niveles *Ninguno*, *Débil* y *Mediano* de Kramer.

### Aplicaciones del concepto de movimiento incipiente

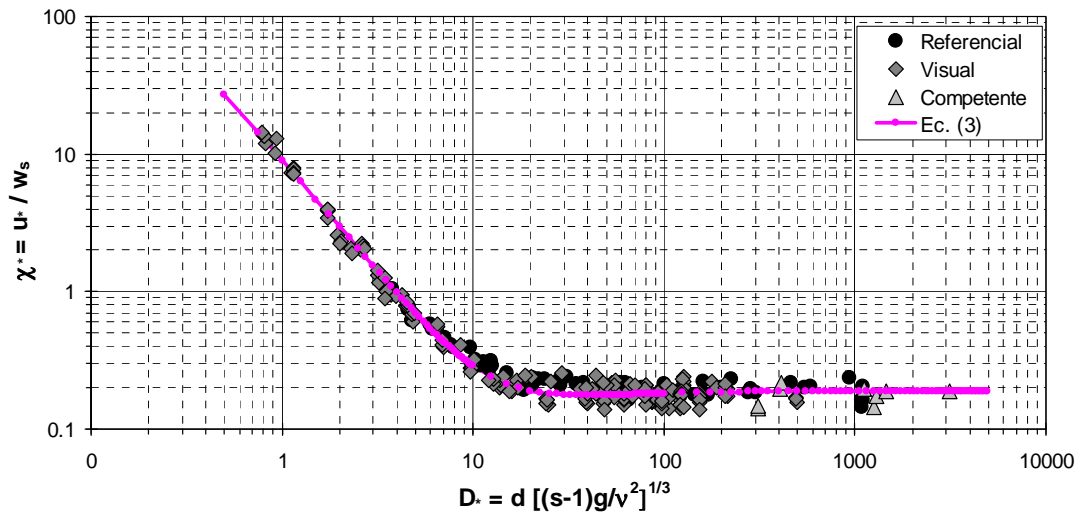
Las aplicaciones del concepto de movimiento incipiente del sedimento pueden asociarse a dos objetivos. El primero se refiere a la utilización de la tensión de corte crítica, derivada a partir del criterio referencial o visual, como umbral en una fórmula de transporte de sedimentos basada en el exceso de tensión de corte. En ese caso, el objetivo no es controlar el arrastre de cualquier grano en particular; sino saber el flujo para el cual comienza el transporte de sedimentos. Un valor pequeño del transporte, en el inicio del proceso, no modifica sustancialmente los valores de transporte para tensiones de corte elevadas, como por ejemplo, durante crecidas excepcionales en los ríos. En este caso, para caracterizar la condición de movimiento incipiente, es recomendable utilizar una curva media ajustada a los datos experimentales. El segundo objetivo se centra en el arrastre de granos individuales. Es decir, en aquellos casos en que la estabilidad del cauce depende de que el material no se mueva en absoluto. Nos podríamos preguntar: ¿Dado un caudal de diseño, para qué tamaños de clastos, la protección del lecho del canal (o de las márgenes), no evidencia ningún tipo de falla (100% de los clastos no se mueven)? En este caso es recomendable utilizar una curva de inicio de movimiento “envolvente”, es decir, una curva tal que represente el límite inferior del conjunto de las observaciones experimentales.

### Procedimiento de parametrización y resultados obtenidos

La curva de Shields en el sistema de ejes coordenados de la Figura 1 ( $Re_{*p}, \tau_*$ ) no es muy útil porque  $u_{*c}$  (o  $\tau_{bc}$ ) debe determinarse por tanteos ya que aparece en los dos ejes. Una forma más apropiada de representar la curva de Shields es en el sistema de ejes ( $D_*, \tau_*$ ), donde  $D_*$  es el diámetro adimensional, el cual se define como:

$$D_* = \left( \frac{Re_{*p}^2}{\tau_*} \right)^{1/3} = d \left[ \frac{(s-1)g}{\nu^2} \right]^{1/3} \quad (2)$$

Una manera de reducir la dispersión que exhiben los pares de datos experimentales ( $D_*, \tau_{*c}$ ) es utilizando el parámetro  $\chi_{*c} = f(D_*)$ , donde  $\chi_{*c} = u_{*c}/w_s$ , siendo  $w_s$  la velocidad de caída de la partícula (Cheng, 1997). Es decir, representando el conjunto de mediciones en el sistema de ejes ( $D_*, \chi_*$ ), como se observa en la Figura 2.



**Figura 2.** Curva de inicio de movimiento de sedimentos en el sistema de ejes  $(D^*, \chi^*)$ .

La curva media ajustada a los pares de datos experimentales  $(D^*, \chi^*)$ , representados en la Figura 2, se obtuvo minimizando el error cuadrático medio entre valores calculados y observados. La ecuación que representa el mejor ajuste se expresa mediante:

$$\chi^*_{*c} = \frac{u^*_{*c}}{w_s} = 9 D_*^{-1.6} + 0.19 \text{EXP}(-16 D_*^{-1.16}) \quad (3)$$

A los fines prácticos, el valor de la velocidad de corte crítica se puede obtener a través de la multiplicación entre  $\chi^*_{*c}$  dado por la expresión (3) y la ecuación de velocidad de caída de Cheng (1997). Por otra parte, dividiendo el parámetro de Shields crítico (1) por  $w_s^2$  se obtiene:

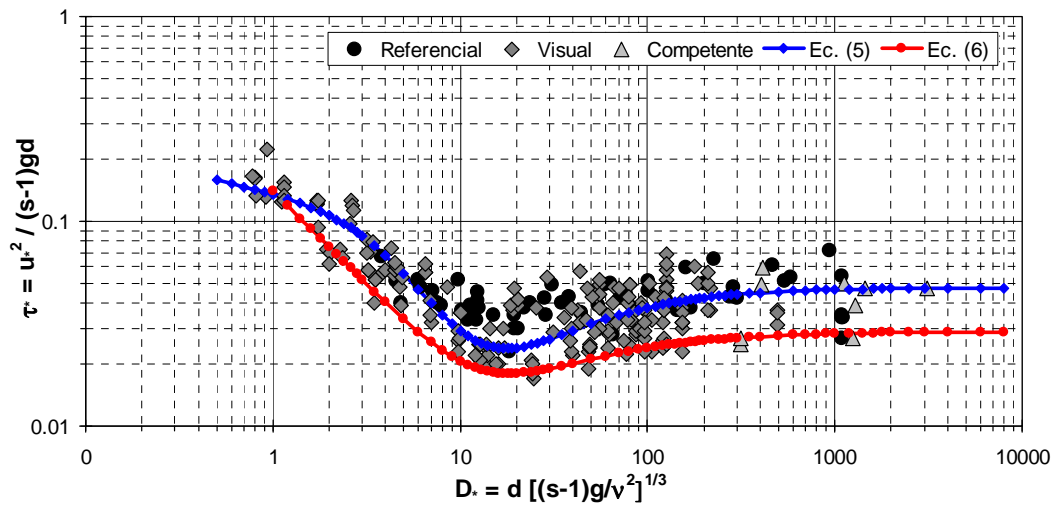
$$\frac{\tau^*_{*c}}{w_s^2} = \frac{\chi^2_{*c}}{(s-1)gd} \quad (4)$$

Expresando  $w_s$  mediante la ecuación de Cheng (1997) y despejando  $\tau^*_{*c}$  de (4) se obtiene la ecuación parametrizada de la curva media, en términos de tensión de corte adimensional crítica:

$$\tau^*_{*c} = \left[ 9 D_*^{-1.6} + 0.19 \text{EXP}(-16 D_*^{-1.16}) \right]^2 \left( \sqrt{25 + 1.2 D_*^2} - 5 \right)^3 D_*^{-3} \quad (5)$$

Para visualizar la curva parametrizada dada por (5) en el sistema de ejes  $(D^*, \tau^*)$ , la misma se representa en la Figura 3. Se observa que la expresión (5) describe una curva media que se ajusta a la serie de observaciones experimentales. Tal ecuación puede ser de utilidad para determinar  $\tau^*_{*c}$  a los efectos del cálculo del transporte de sedimentos con ecuaciones basadas en el exceso de tensión de corte. En particular, se observa que para  $D_* \geq 400$  ( $d \geq 16$  mm) la tensión de corte adimensional crítica es  $\tau^*_{*c} = 0.045$  aproximadamente y tiende asintóticamente a  $\tau^*_{*c} = 0.047$  para valores elevados de

$D_*$ . Estos valores son consistentes con los obtenidos previamente por diversos autores, como por ejemplo, Meyer-Peter y Müller, 1948; Yalin y Kaharan, 1979; Gessler, 1971.



**Figura 3.** Valores de tensión de corte adimensional crítica en función de  $D_*$  para distintos criterios de inicio de movimiento, conjuntamente con curvas parametrizadas.

La parametrización de la curva envolvente a los pares de datos  $(D_*, \tau_{*c})$ , se obtuvo a partir de la modificación de la expresión de Brownlie (1981). Cabe señalar que, un ajuste de la expresión de Brownlie (1981), ha sido propuesta en trabajos precedentes (García, 2008; Parker, 2008), los cuales recomiendan multiplicar por 0.5 los valores de  $\tau_{*c}$  dados por la curva analítica de Brownlie (1981). En el presente trabajo, la ecuación obtenida se expresa como:

$$\tau_{*c} = 0.14 D_*^{-0.9} + 0.029 \text{EXP}(-18 D_*^{-0.9}) \quad , \quad D_* \geq 1 \quad (6)$$

Para visualizar la relación (6) en el sistema de ejes  $(D_*, \tau_*)$ , la misma se representa en la Figura 3. Se observa que dicha curva representa el límite inferior de los datos de  $\tau_{*c}$  para todo el rango de  $D_* \geq 1$ , es decir, por encima de la misma se encuentra el 98% de los datos experimentales. En particular, se observa que para  $D_* \geq 150$  ( $d \geq 6$  mm) la tensión de corte adimensional crítica es  $\tau_{*c} = 0.027$  aproximadamente y la curva tiende a  $\tau_{*c} = 0.029$  para valores elevados de  $D_*$ .

### Conclusiones

Se parametrizaron dos curvas  $\tau_{*c} = f(D_*)$ , las cuales son de utilidad para el diseño de protecciones contra erosión fluvial y para el cálculo del transporte de sedimentos con ecuaciones basadas en el exceso de tensión de corte. En particular, para el cálculo de protecciones de lecho (o márgenes) con



enrocados, etc.; se recomienda utilizar la ec. (6), con las eventuales correcciones de  $\tau_{*c}$  debido a sumergencia relativa, pendiente del canal (pendiente de márgenes), elevada turbulencia local, etc. Asimismo, para el cálculo del transporte por clases granulométricas, el valor de  $\tau_{*c}$  dado por la ec. (5) debe ser corregido con oportunos coeficientes de protección-exposición.

**Agradecimientos.** Los autores agradecen a la UNR por el apoyo brindado en el marco de los proyectos PID ING514 e ING509.

### Referencias bibliográficas

1. Andrews, E.D. (1983). "Entrainment of Gravel from Naturally Sorted River-Bed Material". *Geological Society of America Bulletin*, Vol. 94, N. 10, pp. 1225-1231.
2. Ashworth P.J. and R.I. Ferguson (1989). "Size-Selected Entrainment of Bed Load in Gravel Bed Streams". *Water Resources Research*, Vol. 25, N. 4, pp. 627-634.
3. Ashworth, P.J., R.I. Ferguson, P.E. Ashmore, C. Paola, D.M. Powell and K.L. Prestegard (1992). "Measurements in a braided river chute and lobe, 2, Sorting of bed load during entrainment, transport, and deposition". *Water Resources Research*, 28, 1887–1896.
4. Bridge, J.S. and D.F. Dominic (1984). "Bed load grain velocities and sediment transport rates". *Water Resources Research*, 20, 476-490, 1984.
5. Brownlie, W.R. (1981). *Prediction of flow depth and sediment discharge in open channels*. Report N. KH-R-43A, W. M. Keck Lab. of Hydr. and Water Resources, California Institute of Technology, Pasadena, California, USA, 232 p.
6. Buffington, J.M., W.E. Dietrich and J.W. Kirchner (1992). "Friction angle measurements on a naturally formed gravel streambed: Implications for critical boundary shear stress". *Water Resources Research*, 28, 411-425.
7. Buffington, J.M. (1999). "The Legend of A.F. Shields". *Journal of Hydraulic Engineering*, 125 (4), 376-387.
8. Carling, P.A. (1983). "Threshold of coarse sediment transport in broad and narrow natural streams". *Earth Surface Processes and Landforms*, 8, 1-18.
9. Cheng, N.S. (1997). "Simplified settling velocity formula for sediment particle". *J. of Hyd. Engrg.*, 123(2), 149-152.
10. Diplas, P. (1987). "Bed Load Transport in Gravel Bed Streams". *J. of Hyd. Engrg.*, ASCE, Vol. 113, N. 3, pp.277-292.